3 混雑ゲームの均衡計算技術

混雑ゲームの均衡状態を求める新技術を開発
～ネットワーク状況を簡単にシミュレーション可能に～

NTT コミュニケーション科学基礎研究所協創情報研究部の言語知能研究グループでは、道路や通信ネットワークの混雑状況を予測する技術として、混雑ゲームの均衡状態を求める新しいアルゴリズムの開発に取り組んでいる。これまで、経路の数が膨大すぎて全ての経路について確率の計算をすることは実用上困難であったが、ゼロサプレス型二分決定グラフ（ZDD）と呼ばれるデータ構造を用いて圧縮して表現することで計算を高速化し、この課題を解決した。

混雑ゲームの均衡計算

――ネットワークにおける「混雑」のモデル化に着目

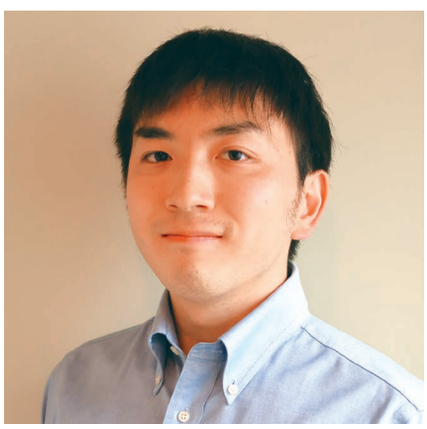
道路や通信ネットワークの混雑予測に対しては、プレイヤー（利用者）の意思決定や行動の相互依存的状況を数学的なモデルを用いて研究する混雑ゲームの理論的なアプローチの適用が可能である。

道路や通信などのネットワークでは、辺（リンクとも呼ぶ）を使う人が多いほど混雑し、コスト（所要時間）が増大する。例えば道路網における渋滞やネットワークにおけるトラフィック集中がこれにあたる。このとき、ネットワークの各利用者（プレイヤー）はそれぞれどのような経路を選択するだろうか？

無数のプレイヤーが起点 s から終点 t へ移動する場合のネットワークの例を図 1 に示す。

各プレイヤーは、s から t への経路（辺の組合せ）を選ぶ際には、総所要時間が小さくなるように各自の判断で自分勝手に選ぶ。ここで、s → a および b → t の辺では、通る人の割合と同じだけコストがかかるものとする。例えば、半分の人がその辺を通るならコストは 0.5、全員が通るならコストは 1.0 とする。

中村健吾研究員は、「プレイヤーがどの経路を選択するかをモデル化し、求めることができれば、ネットワークの混雑状況を容易にシミュレーションすることができます。ただし、他のプレイヤーの経路の選択方法によって所要時間が変動しますし、全プレイヤーの選択方法を一度に考える必要があるため、非常に難しいといえます」と語る。



NTT コミュニケーション科学基礎研究所
協創情報研究部 言語知能研究グループ
研究員　**中村 健吾**氏

この点を踏まえ、中村氏の研究グループは、ネットワークの「混雑」を混雑ゲームとしてモデル化し、道路・通信ネットワークの設計などに活用できる混雑状況を予測する技術の研究開発に取り組んでいる。

- 起点 s から終点 t へ**無数のプレイヤー**が移動
  - 各プレイヤーは s から t の経路を**総コスト**が小さくなるよう**自分勝手に**選ぶ
    - ・他のプレイヤーと協力はしない
    - ・上に指示を出す人もいない
- **使うプレイヤーが多いほどコストが増える辺**あり
  - 道路・通信ネットワークにおける「混雑」をモデル化

→ **各プレイヤーはどの経路を選ぶ?**

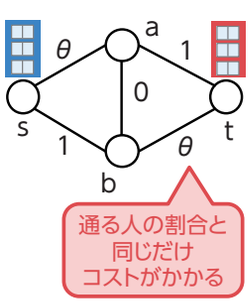


図 1　混雑ゲームの概要

――均衡状態の計算手法が鍵

キーポイントとなるのが、混雑ゲームの“均衡状態”を求める計算手法である。“均衡状態”とは、各プレイヤーが自分が選択した経路よ

り所要時間が短い経路が存在しない状態を指す。この状態では、各プレイヤーは「別の経路の方がコストが小さいのに」と不満に感じることは無い。さらに、混雑ゲームのモデルにおいては、全員が自分勝手に経路を選んだときに均衡状態に落ち着く。したがって、ネットワークの混雑状況を予測する際には、均衡状態を求めることが重要になる。

図２に図１の例に対する均衡でない状態の例と均衡状態の例を示す。図２の上の例のように半分ずつのプレイヤーがそれぞれ s → a → t と s → b → t の経路を選択した場合は、コストは 1.5 になる。しかし、仮に s → a → b → t の経路を選択するとコストは 1.0 になる。つまり、選択した経路よりコストが小さい経路が存在するため、均衡状態とはいえない。これに対し、図２の下の例では、全員が s → a → b → t の経路を選択しているが、この場合どの経路を選択してもコストは 2.0 となるため、均衡状態であるといえる。

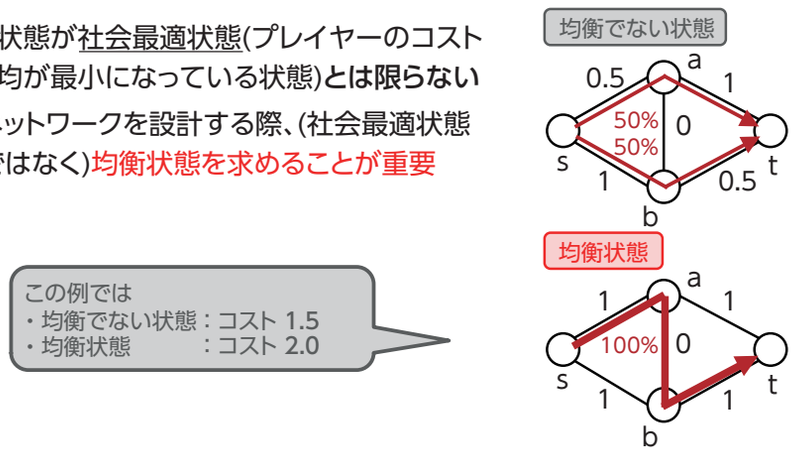


図２　均衡でない状態と均衡状態のコスト比較

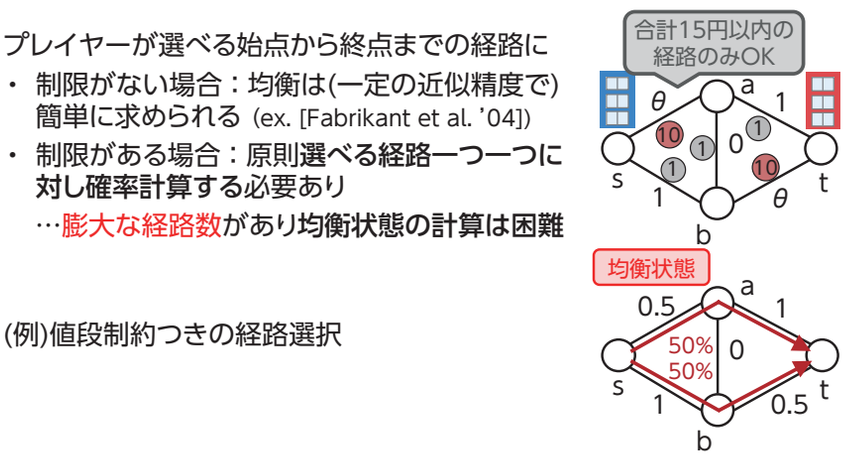


図３　均衡状態計算技術の課題

――均衡状態計算技術の課題

図３に均衡状態計算技術の課題を示す。プレイヤーが選択できる経路には、①制限がない場合、②制限がある場合の２つが考えられる。①の場合には、均衡状態は一定の近似精度で簡単に求められるが、②の場合には、原則として選択可能な経路１つ１つに対し、確率計算を行う必要がある。しかし、後述するように経路の数はネットワークの規模に対して非常に膨大な数となることが多く、この場合均衡状態の計算は非常に困難である。

図３に示したように、②の制限がある場合の例として、合計が 15 円以内の経路のみ通過できるという場合を考えてみる。この場合には、s → a → t 及び s → b → t のルートでは 11 円で行けるので通行可能であるが、s → a → b → t のルートでは、21 円かかるため、合計 15 円以内という制限を満たすことができず、通行不可となる。この場合の均衡状態は図３の下図のようになり、全ての経路を選べていたときとは異なる。

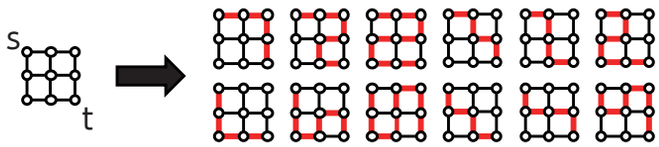
このように、例えば通行料金の制約がある場合には、上述したように選択可能な経路の１つ１つに対して確率の計算をする必要があるが、計算量が非常に多く計算能力がボトルネックとなって均衡状態を計算することは困難であった。

革新的な均衡状態計算アルゴリズムを開発

――ゼロサプレス型二分決定グラフ（ZDD）データ構造を活用

実際の道路交通網や通信網では、膨大な数の経路からなるネットワークを設計する必要がある。なぜなら、例えば図４に示すように、ネットワークの規模に対し、経路の個数は爆発的に増加するからである。格子グラフ上の左上から右下までの経路の個数は、３×３であれば 12 通りしかない。しかし、格子が大きくな

(例) 格子グラフ上の経路の個数



3x3	12	7x7	575780564
4x4	184	8x8	789360053252
5x5	8512	9x9	3266598486981642
6x6	1262816	10x10	41044208702632496804

…

図４　格子グラフ上の経路数の爆発的増加

るにつれ経路の個数は爆発的に増加するため、１つ１つの経路をみるような方法は実質的に計算が不可能であった。

この課題を解決するために、中村氏の研究グループでは、「ゼロサプレス型二分決定グラフ（ZDD）」と呼ばれるデータ構造を用いることに着目した。このデータ構造を用いることで、選択可能な経路の集合のうち、図５に示すように共通部分をまとめて小さく表現することが可能になる。

１番上からＴまでの行き方が１つの経路に対応することとなる。つまり、点線の部分はその辺を通過せず、実線の部分は辺を通過すると表現することができる。

例えば、図５の上の図で、黄色で囲ったｓからｔまでの赤線の経路を通過する場合は、下の図で黄色の経路で表すことができる。つまり、最初の出発がｓ→ａであるが、この経路は通過しないために青い破線に沿って下へ移動する。次にｓ→ｂの経路は通過するため青い実線を行く。次に、経路ｂ→ａを通過するため青い実線を通り、最後にａ→ｔを通るため青い実線を通過して目的地Ｔまで移動することを表現できる。Ｔの意味は、そのルートを選択できることを意味し、⊥の記号はそのルートがないことを示している。つまり、ある経路を探す場合には、Ｔを追っていけば良い。

ZDD の有用性について中村氏は、「指数的に圧縮が効く例もあり、例えば 8,000 兆本の経路を 1MB で表現することも可能です。また現実に現れる経路集合などは、小さく表現できることが多い。しかも経路を１つ１つ列挙せずに直接 ZDD を構築する方法･ソフトウェアもあります」と強調する。

なお ZDD 手法は、これまでにも配電網の最適化や、通信ネットワークの最適化などに使われている。

――ZDD手法と非線形最適化の手法を組み合わせたアルゴリズムを開発

中村氏の研究グループは、選べる経路の表現に ZDD 手法を用い、これと非線形最適化の手法を組み合わせることにより、これまで困難とされてきた混雑ゲームの均衡計算を可能にした。

前述したように、ネットワークの規模に対し、選択可能な経路の数は通常爆発的に増加する。ZDD というデータ構造を用いることで、選択可能な経路を圧縮して表現することが

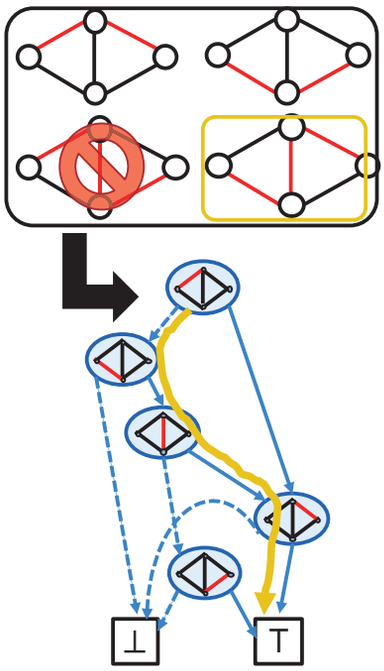


図５　ゼロサプレス型二分決定グラフ（ZDD）データ構造の概要

可能になる。中村氏は、「ZDD と非線形最適化手法を組み合わせることで、よい特徴をもつアルゴリズムを開発することができました」と語る。

この革新的なアルゴリズム（解法）は、

- 実用上問題ない範囲の誤差で均衡状態を求められる
- ZDD は実問題において膨大な数の経路をコンパクトに圧縮してくれることが多く、現実的な規模のネットワークでも高速に均衡状態を求められる

という特徴を持つ。

革新的な均衡計算アルゴリズムのポイント

中村氏のグループが提案する革新的な均衡計算アルゴリズムのポイントを図６と図７に示す。

――ポイント１

ZDD 手法と非線形最適化の手法

選べる経路を ZDD で表現
→ 選べる中で**現時点でコスト最小の経路**は簡単に求められる
（※ ZDD 中の最短路問題に帰着）

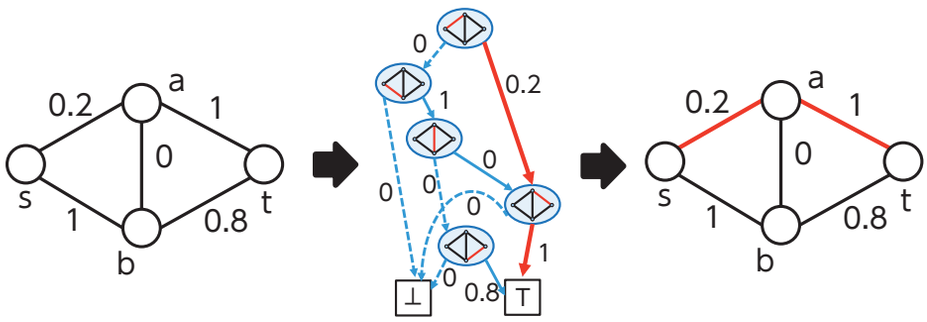


図 6　ZDD を用いた革新的な解法のポイント（1）

以下を**反復して**繰り返すことで均衡状態を求められる
・現時点でのコストの値でコスト最小の経路を求める
・**その経路を通るプレイヤーの割合を増やす**
(cf. Frank—Wolfe アルゴリズム [Frank & Wolfe ’56] [Lacoste-Julien & Jaggi ’15])

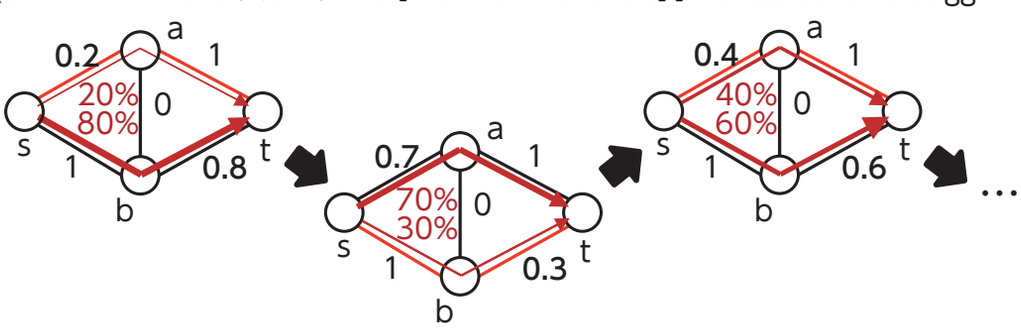


図 7　ZDD を用いた革新的な解法のポイント（2）

を組み合わせた革新的な解法のポイントの 1 つは、図 6 に示すように選択可能な経路の中で、現時点でのコスト最小の経路については、選べる経路を ZDD により表現することで、簡単に求められる点である。

――ポイント 2

2 つ目のポイントは、図 7 に示すように現時点のコストの値でコスト最小となる経路を求め、その経路を選択するプレイヤーの割合を増やすことを繰り返す（反復する）ことで、均衡状態を求めることが可能になるという点である。非線形最適化手法の一つである Frank & Wolfe アルゴリズムを使うことによって混雑ゲームの均衡状態を求めることができるが、そのためには現時点で選べる中でコスト最小の経路を都度求める必要がある。この計算が、選択可能な経路に制限がある状況では大変であるが、選択可能な経路を ZDD を用いて圧縮してあると、現時点で選択可能な経路の中で“コスト最小の経路”を求めることができる。つまり、非線形最適化の手法と ZDD とを組み合わせることにより、実現できたといえる。

混雑ゲームの均衡計算技術への期待

以上紹介したように、中村氏の研究グループは、経路の集合を小さく表現することを可能にした ZDD とよばれるデータ構造を用いると同時に非線形最適化手法と組み合わせることで、計算を高速化し、実用的な大きさのネットワークの均衡計算を可能にした。この均衡計算技術によって、道路や通信のネットワークの混雑状況を簡単かつ簡易的に予測できるようになり、ネットワークの解析に役立つものと期待されている。

また、本技術における“辺”はアイテム、“経路”はアイテムの組み合わせと一般化することができることから、経済学など一般的なゲーム理論的解析にも有用であると考えられる。